

# 第18讲 散列表

---

信息学院 (智能应用研究院)

欧新宇

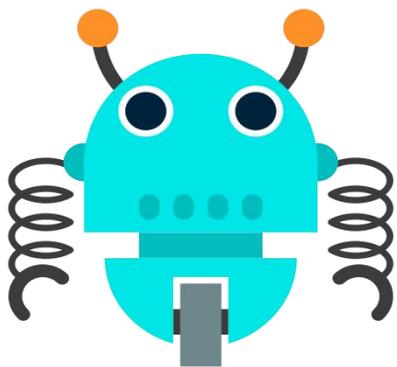
## 考核要点

## ● 考核大纲

查找的基本概念、顺序查找、分块查找、折半查找、二叉搜索树、平衡二叉树、红黑树、B树和B+树、散列表以及各种查找算法的分析及应用

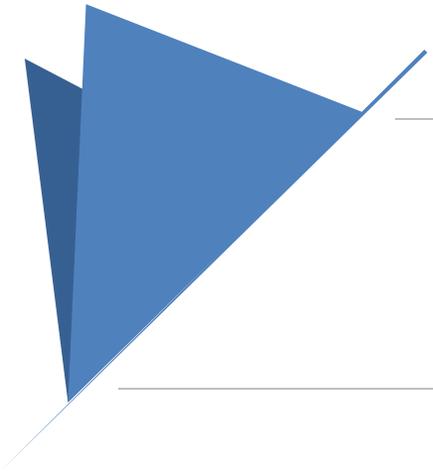
## ● 复习要点

- 熟悉顺序查找和分块查找的基本方法
- 掌握折半查找的过程、构造判定树、分析平均查找长度
- 掌握二叉排序树、二叉平衡树和红黑树的概念、性质和相关操作
- 掌握B树的插入、删除和查找操作的过程，了解B+树的基本概念和性质
- 掌握散列表的构造和冲突处理以及散列查找的特征和查找成功、失败的性能分析



- 散列表的基本概念
- 散列函数的构造方法
- 处理冲突的方法
- 散列查找的性能分析





---

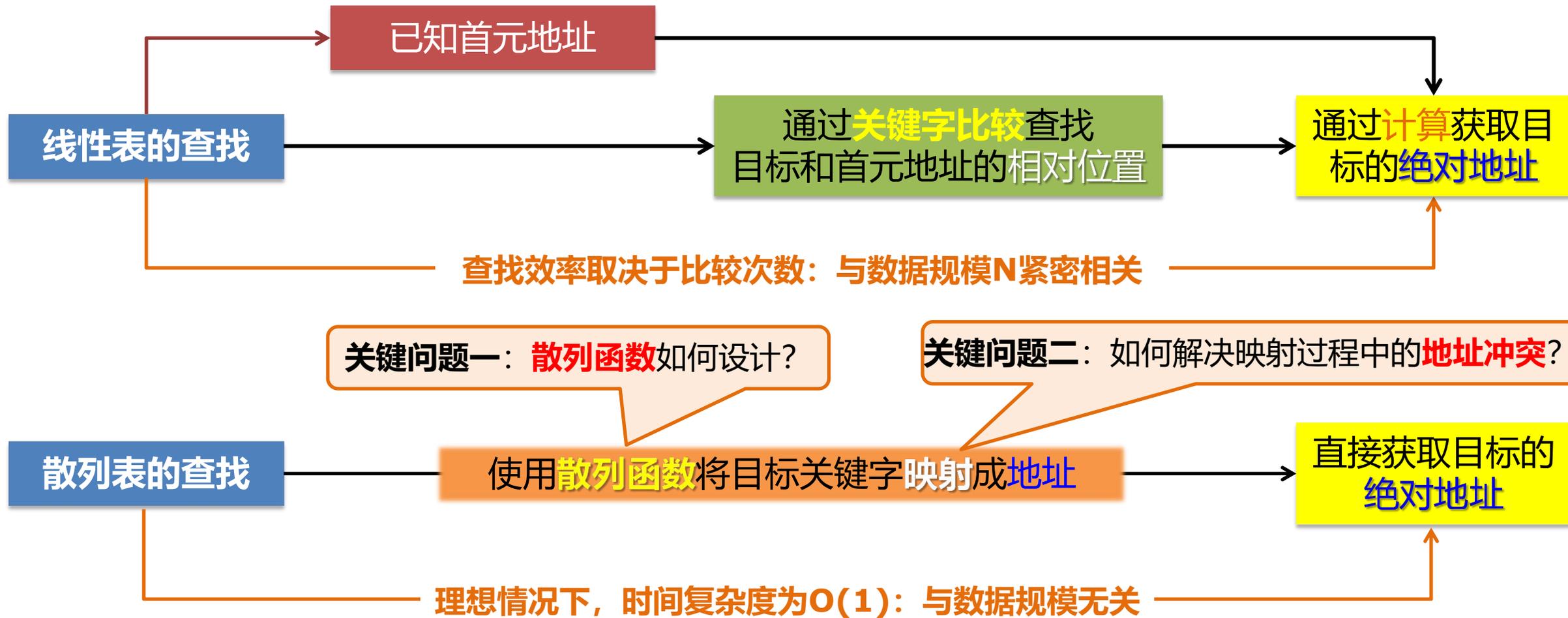
# 散列表的基本概念

---

- / 什么是散列查找
- / 散列查找的基本过程
- / 散列表应用举例

# 散列表的基本概念

## 什么是散列表的查找



# 散列表的基本概念

## 什么是散列表的查找



**散列函数 (Hashing Function, hashing, f)** : 集合元素的**关键字 (key)** 与其**存储位置 (Loc)** 之间的**关系函数**, 可以将关键字**映射**成**地址**, 该地址也称为**散列值**。

**存储地址 (Loc)** : 关键字值为Key的集合元素的**存储地址**。

**散列表 (Hash Table)** : 又称为哈希表、杂凑表, 是使用散列函数建立起来的表, 用于**存储地址集合**元素。

**散列 (Hash)** : 又称哈希, 指将关键字key使用哈希函数**映射**成存储地址Loc的**过程**。

**散列表查找的优点**: 查找**速度极快**, **复杂度为 $O(1)$** , **查找效率与元素个数 $N$ 无关**。

# 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例一：基于哈希编码的数据访问

### 学生信息表

若将学生信息按如下方式存入计算机，如：

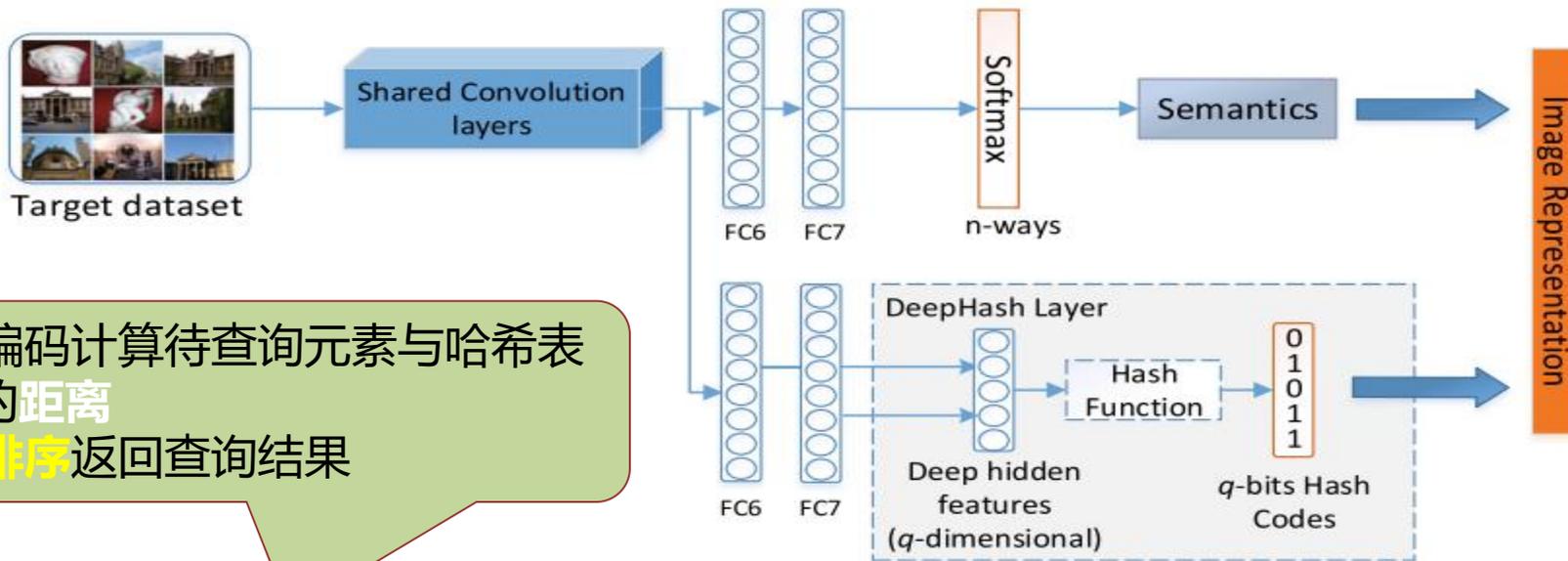
- ✓ 将2001011810201的所有信息存入V[01]单元；
- ✓ 将2001011810202的所有信息存入V[02]单元；
- ✓ .....
- ✓ 将2001011810231的所有信息存入V[31]单元。

查找2001011810216的信息，可直接访问V[16]!

# 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例二：基于哈希编码的图像检索

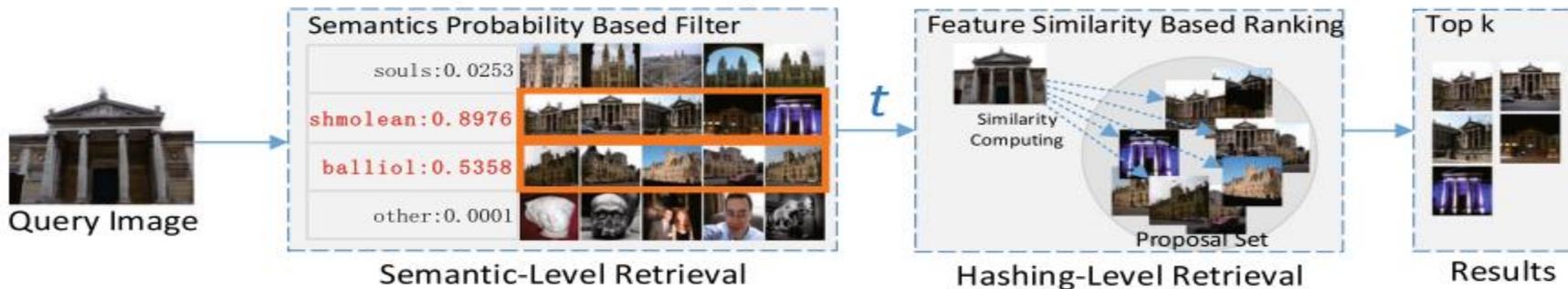
Learning Hierarchical semantic representation on ConvNet



1. 利用哈希编码计算待查询元素与哈希表中所有元素的距离
2. 通过距离排序返回查询结果

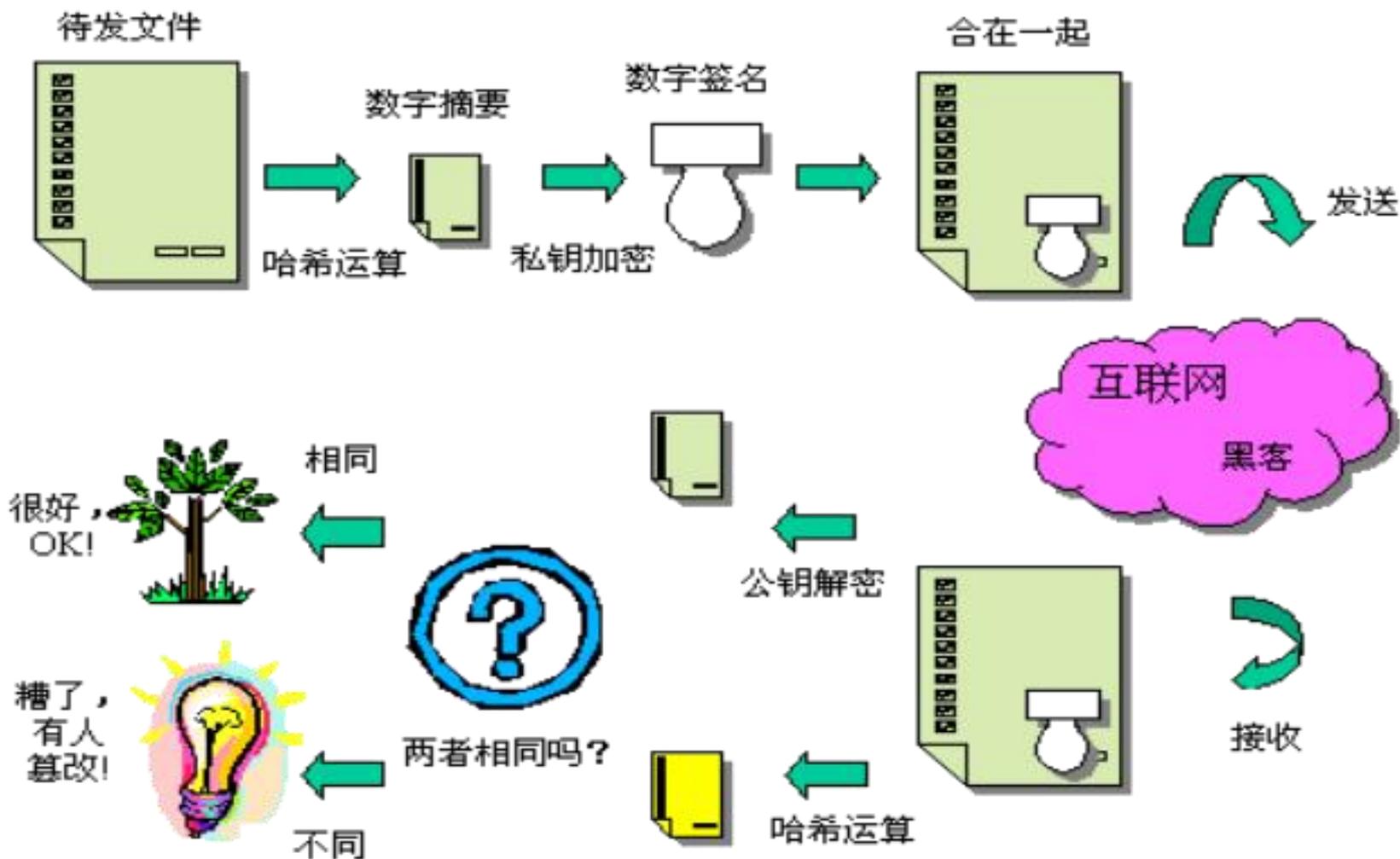
哈希编码生成

Retrieval via Hierarchical Deep Semantic Hashing



# 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例三：基于哈希编码的文件验证



# 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例四：省市人口统计表

- 省市人口统计表

- ✓ 关键字：名称的汉语拼音表
- ✓ 散列表长度：30
- ✓ 编码：A~Z => 01~26
- ✓ 哈希函数 $h_1$ ： $h_1(\text{Key}) = \text{首字母编码}$
- ✓ 哈希函数 $h_2$ ： $h_2(\text{Key}) = (\text{首字母编码} + \text{尾字母编码}) \% 30$

Key	BeiJing	JiangSu	ShangHai	SiChuan	JiangXi	TianJin	ShanXi
$h_1(\text{key})$	02	10	19	19	10	20	19
$h_2(\text{key})$	09	01	28	03	19	04	28

## 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例四：省市人口统计表

Key	BeiJing	JiangSu	ShangHai	SiChuan	JiangXi	TianJin	ShanXi
$h_1(\text{key})$	02	10	19	19	10	20	19
$h_2(\text{key})$	09	01	28	03	19	04	28

## 发现一：

- ✓ 对 $h_1$ ：JiangSu与JiangXi, Shanghai、SiChuan与ShanXi都被映射到了相同位置，产生冲突
- ✓ 对 $h_2$ ：ShangHai与ShanXi被映射到了相同的位置，产生冲突

**冲突：**  $\text{Key1} \neq \text{Key2} \Rightarrow h_1(\text{Key1}) = h_1(\text{Key2})$  **冲突是不允许发生的**

**同义词：** 给定一个哈希函数 $h$ ，若两个不同关键字具有相同的散列值，则称这两个关键字为同义词

## 散列表的基本概念

## 哈希表的应用举例四：省市人口统计表

Key	BeiJing	JiangSu	ShangHai	SiChuan	JiangXi	TianJin	ShanXi
$h_1(\text{key})$	02	10	19	19	10	20	19
$h_2(\text{key})$	09	01	28	03	19	04	28

## 发现二：

✓ 散列函数 $h_1(\text{Key})$ 发生冲突的次数明显少于散列函数 $h_2(\text{Key})$

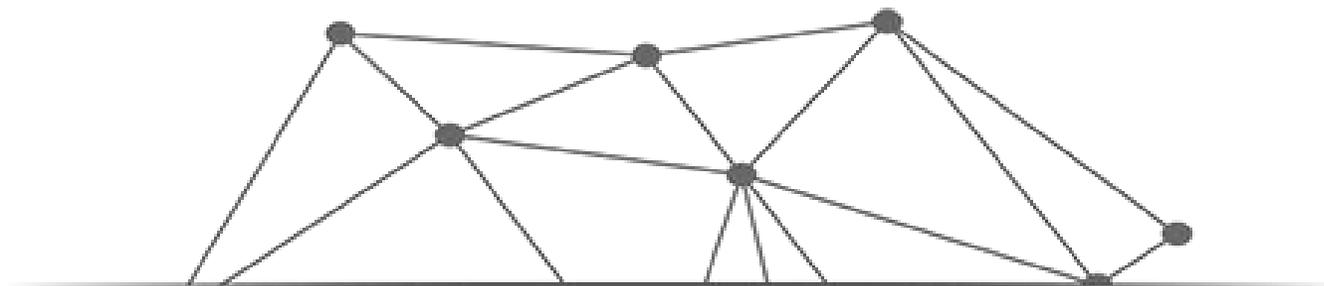
$h_1(\text{Key}) = \text{首字母编码}$

$h_2(\text{Key}) = (\text{首字母编码} + \text{尾字母编码}) \% 30$

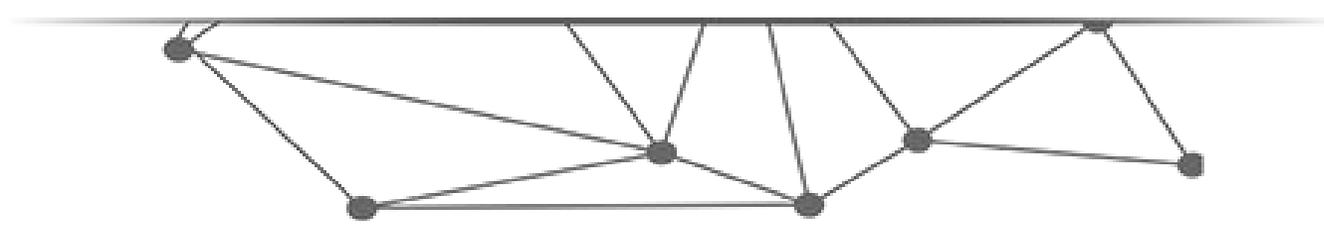
冲突的发生频率与散列函数相关

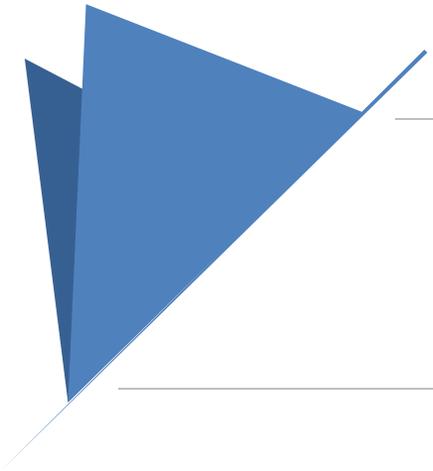
== 》 1. 如何设计一个好的散列函数？

== 》 2. 当冲突发生时，如何处理最好？



# 课堂互动





---

# 散列函数的构造方法

---

/ 什么是好的散列函数

/ 直接定址法

/ 除留余数法

/ 平方取中法

/ 折叠法

/ 数字分析法

/ 随机数法

/ 均值哈希

# 散列函数的构造方法

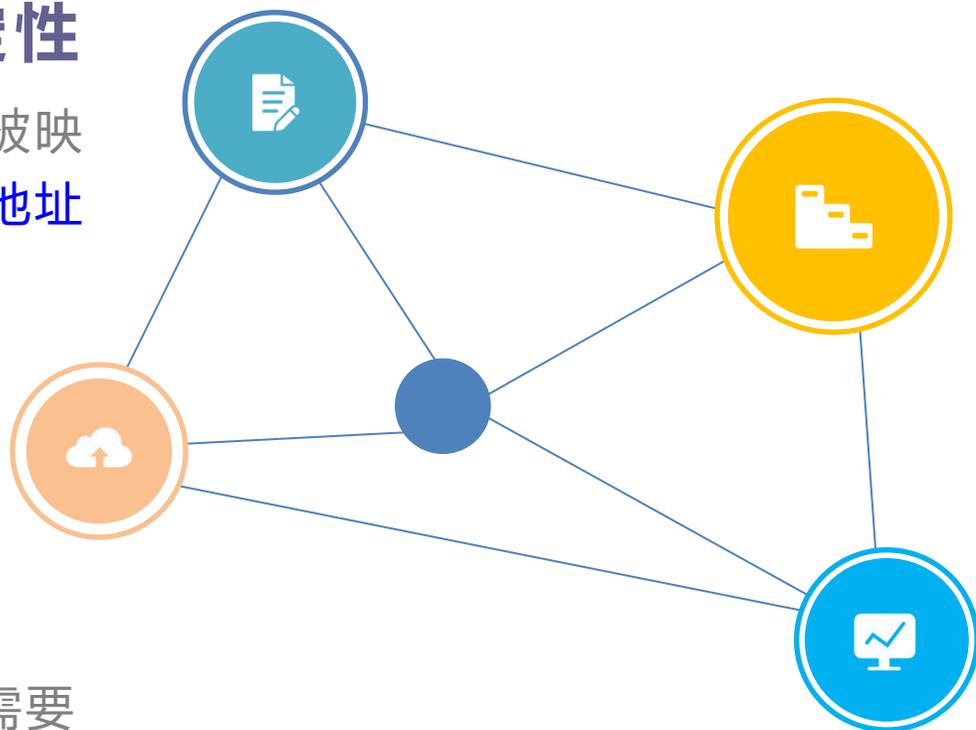
## 什么是好的散列函数

### 确定性

同一个关键字始终被映射到同一个地址

### 满射

散列函数的定义域包含全部需要存储的关键字，经过唯一映射到值域后，能够覆盖整个值域



### 快速、简单

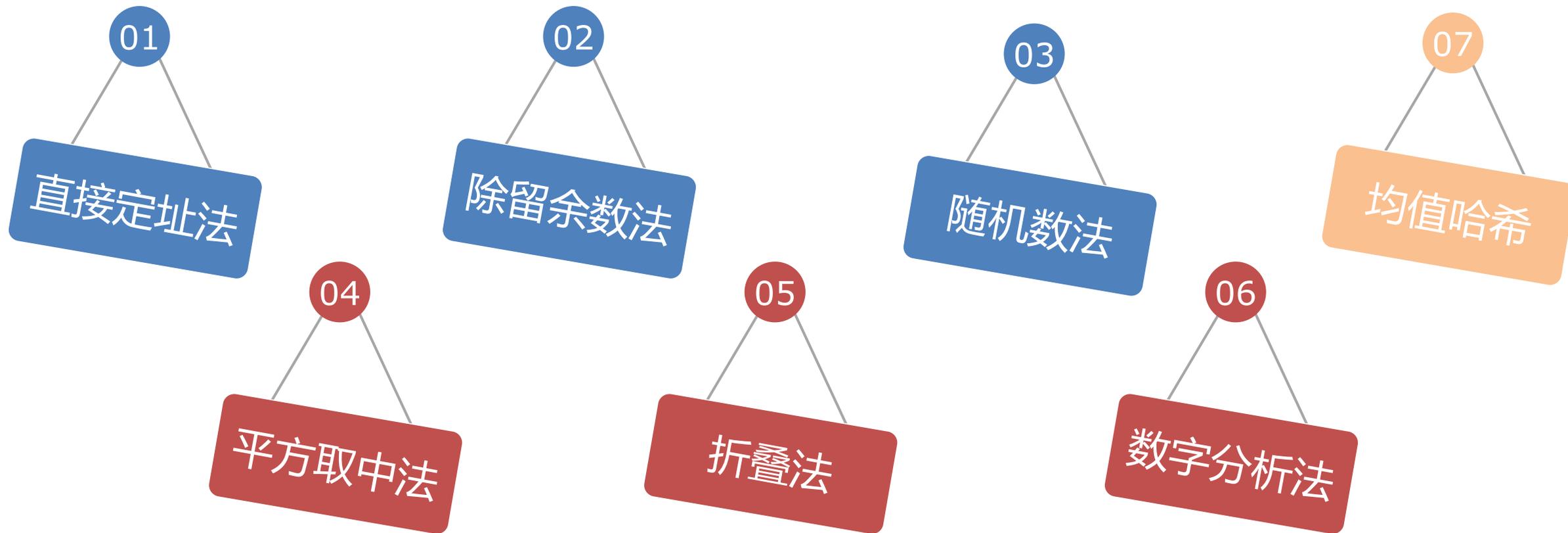
散列函数尽量简单，能够保证在短时间内计算出任意关键字对应的散列地址。时间复杂度为 $O(1)$ 。

### 均匀分布

通过散列函数计算获得的各个地址，应接近等概率、均匀地分布在整个地址空间，避免多元素扎堆聚集，从而减少冲突

# 散列函数的构造方法

## 什么是好的散列函数



## 散列函数的构造方法

## 直接定址法

**直接定址法：**直接使用关键字的某个线性函数值作为散列地址。

- ✓ 优点：计算简单，不会产生冲突；
- ✓ 缺点：需要占用连续地址空间，空间利用率低。
- ✓ 适用场景：数据源的关键字基本呈连续分布。若关键字分布不连续，则空位较多，容易造成存储空间的浪费。
- ✓ 基本形式：

$$\text{Hash}(\text{key}) = a \times \text{key} + b \quad (a, b \text{是常数})$$

**例1：**试使用哈希函数 $\text{Hash}(\text{key}) = \text{key}/100$ 对有限序列 $S = \{100, 200, 400, 500, 800, 900, 1000\}$ 进行地址转换，并存储在对应数组中。

空间利用率60%

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	100	200		400	500			800	900	1000

## 散列函数的构造方法

## 除留余数法

**除留余数法**：假定散列表表长为 $m$ ，取一个不大于 $m$ 但接近或等于 $m$ 的质数 $p$ ，利用取余操作将关键字转换为散列地址。

- ✓ 优点：计算简单
- ✓ 缺点：存在不当点 $h(0)=0$ ，与均匀分布相悖；相邻关键字散列到相邻地址。
- ✓ 基本形式：

$$\text{Hash}(\text{key}) = \text{key} \% p \quad (p \leq m)$$

选择合适的模数 $p$ 是关键。实验证明，不大于表长但接近于表长的质数性能最佳。

**例2**：假设散列表表长为1000，试求关键字的散列地址。

$M = 1000$

$P = 997$

关键字	ASCII编码	散列地址
KEYA	75698965	743
KEYB	75698966	744
AKEY	65756989	851
BKEY	66756989	860

相邻关键字散列到相邻地址

## 散列函数的构造方法

## 除留余数法的改进MAD

改进的除留余数法:

$$\text{Hash}(\text{key}) = (\text{key} \times a + b) \% p \quad (a, b > 0, p \leq m)$$

例3: 假设散列表表长为1000, 试求关键字的散列地址。

$$M = 1000, \quad P = 997, \quad a = 15, \quad b = 87$$

关键字	ASCII编码	散列地址
KEYA	75698965	460
KEYB	75698966	475
AKEY	65756989	546
BKEY	66756989	538

b 是偏置量, 用于消除不动点;

a 是间隔量, 原本相邻地址变为间隔a

## 散列函数的构造方法

## 平方取中法

**平均取中法：**取关键字的平方值的中间几位作为散列值（冯·诺依曼）。

- ✓ **优点：**计算方便，速度快，容易排查错误，且地址与关键字关系密切，分布比较均匀
- ✓ **缺点：**种子值难以确定，无法保证足够的周期k
- ✓ **适用场景：**关键字每位取值都不均匀
- ✓ **基本形式：**

$$\text{Hash}(\text{key}) = \text{key}^2 \text{ 的中间若干 } k \text{ 位} \quad (10^{k-1} < n < 10^k)$$

**例4：**若序列中集合元素个数  $n = 765$ ，则  $10^{k-1} < n < 10^k$ ，于是有  $k = 3$ 。

关键字	ASCII编码	Key <sup>2</sup>	散列地址
KEYA	75698965	0573033 <u>330</u> 2071220	330
KEYB	75698966	0573033 <u>345</u> 3469160	345
AKEY	65756989	0432398 <u>160</u> 2346120	160
BKEY	66756989	0445649 <u>558</u> 0346120	558

位数不够  
高位补零

## 散列函数的构造方法

## 折叠法:

1. 将关键字从左到右分割成位数相等的几个部分 (最后一部分位数不够时可短一些)
2. 将几个部分进行叠加求和; 或使用回折叠法进行叠加求和
3. 根据散列表表长 $k$ , 取后 $k$ 位作为散列地址

## 折叠法

例5: 设关键字  $key=12323434567890$ , 散列表表长为3位。

将关键字 $key$ 划分为5组, 分别是: 123 234 345

678 90

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 234 \\
 345 \\
 678 \\
 + 90 \\
 \hline
 1470
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \text{哈希值} \\
 470
 \end{array}$$

折叠法

$$\begin{array}{r}
 123 \\
 432 \\
 345 \\
 876 \\
 + 90 \\
 \hline
 1866
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \\
 \\
 \text{哈希值} \\
 866
 \end{array}$$

回折叠法

## 散列函数的构造方法

## 数字分析法

**数字分析法：**观察关键字编码组合规律，取分布均匀的若干位。

- ✓ **优点：**分布均匀
- ✓ **缺点：**做出良好的分析依赖于主观因素或分析算法，且关键字更新后需要重新构造散列函数

位	1	2	3	4	5	6
关键字	9	4	2	1	2	3
	9	4	2	3	5	4
	9	4	1	4	4	5
	9	5	2	5	1	7
	8	4	2	6	6	0
	9	4	2	8	8	9
	9	4	4	3	3	2



可以看出第4, 5, 6位取值分布均匀，故取第4, 5, 6三位的值为散列函数值

# 散列函数的构造方法

## 随机数法

**随机数法：**取关键字的值作为随机函数的种子值来生成散列地址。

- ✓ **优点：**构造简单、快速
- ✓ **缺点：**做出良好的分析依赖于主观因素或分析算法，且关键字更新后需要重新构造散列函数
- ✓ **适用场景：**当关键字长度不等时，随机数法更易于实现
- ✓ **基本形式：**

$$\text{Hash}(\text{key}) = \text{random}(\text{key})$$

## 散列函数的构造方法

## 基于特征值的均值哈希



原始数据

特征提取

0.71
0.23
0.87
0.77
0.01
0.98
0.75
0.63
...
0.22
0.45
0.85

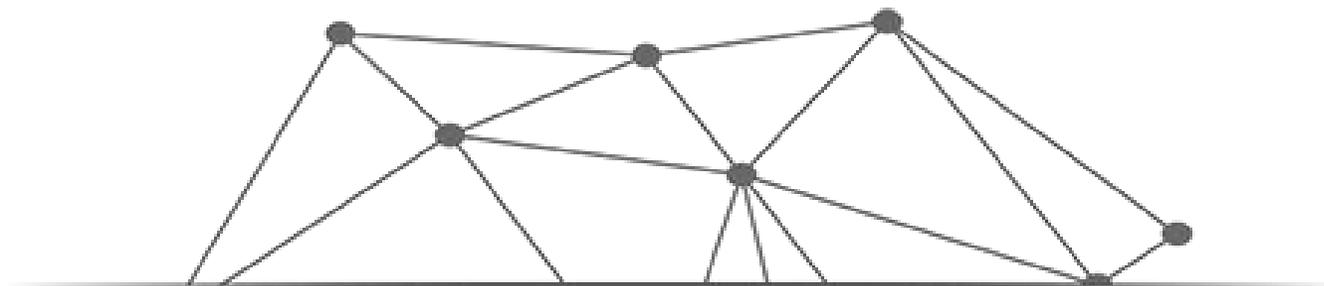
特征值

$$h(x) = \begin{cases} 1 & x - \text{avg}(X) > 0 \\ 0 & x - \text{avg}(X) < 0 \end{cases}$$

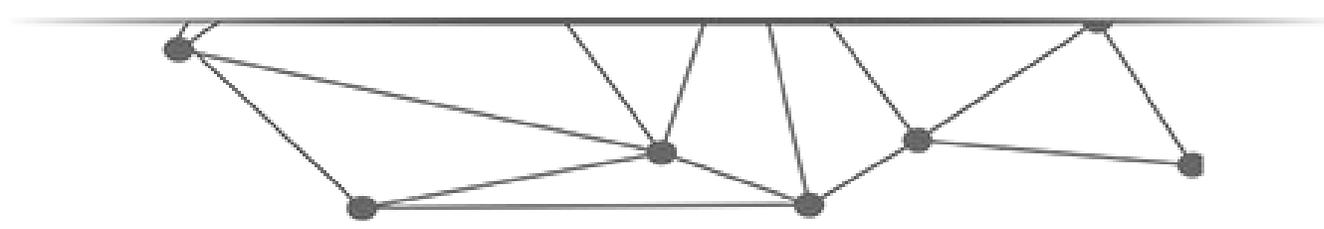
哈希变换

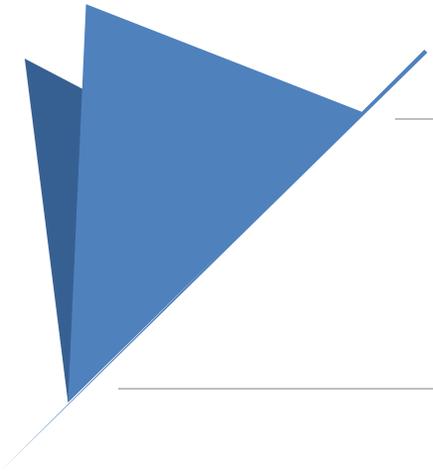
1
0
1
1
0
1
1
1
...
0
0
1

哈希编码



# 课堂互动





---

# 处理冲突的方法

---

/ 伪随机探测法

/ 线性探测法

/ 二次探测法

/ 双散列法

/ 拉链法

# 处理冲突的方法



**链地址法：**相同哈希地址的记录链成一个单链表， $m$ 个哈希地址，就设置 $m$ 个单链表，然后使用一个数组将所有单链表的表头指针存储起来，形成一个动态结构。

**开放定址法：**有冲突时，寻找下一个空的哈希地址，只要确保哈希表足够大，总能找到空的哈希地址将数据元素存入。

# 开放定址法

**Step1:** 取数据元素的  
关键字key，并计算其  
哈希地址。

- ✓ 若该地址对应的存储空间还没有被占用，则将该元素存入；
- ✓ 否则，执行Step2解决冲突。



## 开放地址法 建立哈希表 的方法

**Step2:** 根据选择的冲突  
处理方法，计算关键字  
key的下一个存储地址。

- ✓ 若下一个存储地址仍被占用，则继续执行Step2；
- ✓ 直到找到能使用的空地址为止。

# 线性探测法

## 线性探测法的基本原理

**基本思想:** 从基地址  $h(\text{key})$  开始, 按照线性探查序列查找元素。若  $h(\text{key})$  被占用, 则检查  $h(\text{key})+1$ ; 若也被占用, 则再检查探测序列中的下一个位置; 直到某个位置为空时, 将关键字插入该位置。

**搜索成功:** 在查询表中找到关键字值为  $\text{key}$  的元素

**查询失败:**

1. 遇到空位置
2. 探查至  $h(\text{key})$  前一个位置 (表满)

## 线性探测法

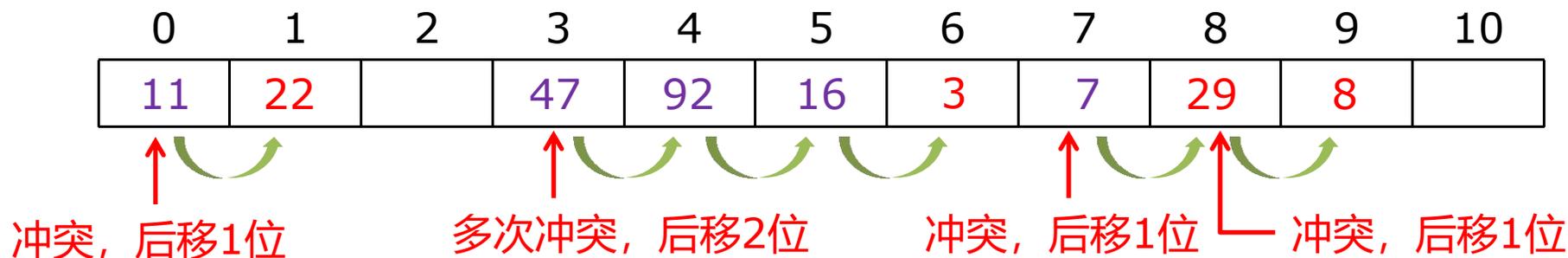
## 线性探测法的存储地址分配

例5：若存在关键字码集 {47, 7, 29, 11, 16, 92, 22, 8, 3}，试将关键字存入数组 A[11] 中。

根据题意，可知哈希表表长  $m = 11$ ，若哈希函数为  $\text{Hash}(\text{key}) = \text{key} \% 11$ ，则可以得到关键字的初步哈希编码：

key	47	7	29	11	16	92	22	8	3
Hash(key)	3	7	7	0	5	4	0	8	3

## 存储空间分配：



- 不冲突的直接写入
- 冲突的顺序往后移动后再写入

## 基于线性探测法的查找过程

**例6：试在散列表A中查找关键字值为47, 46, 3的位置。**

1. 计算关键字的哈希值

①  $\text{hash}[47] = 47\%11 = 3$

②  $\text{hash}[46] = 46\%11 = 2$

③  $\text{hash}[3] = 3\%11 = 3$

2. 按照哈希值在查找表中查找目标值

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	22		47	92	16	3	7	29	8	

② 遇到空位置，查询失败

① 查找成功

③ 哈希值出现冲突，则按线性探测方法，往后继续进行对比，直到查找成功（匹配）或查找失败（遇空/回到基地址）

## 线性探测法

## 基于线性探测法的删除操作

例7：试在下列散列表中，先删除92，再查询3，最后再插入关键字35。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	22		47	92	16	3	7	29	8	

1. 若不需要先执行删除92，则查询3的操作和例5相同。先求 $3\%11=3$ ，然后使用哈希值3按照线性探测法从地址3开始进行查询，最终能够在地址6完成查询。
2. 若先执行删除92操作，再查询3，结果是什么呢？

$$92\%11 = 4$$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	22		47		16	3	7	29	8	

↑ 遇到空位置，搜索失败！

不匹配，后移1位

如何解决？

## 删除操作的改进

## ● 删除需要考虑的两个关键点：

1. 不能**仅仅**简单**删除**元素，否则会**隔离**探查序列后面的元素，影响搜索；
2. **删除**元素后，该位置能够**重新使用**。

## ● 解决办法：

1. 为每个位置**增加**一个empty标志域，用于**标识**该位置**是否使用过**
2. 删除元素时，**不改变标志位**，仍保持False，**元素值**改为NeverUsed

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
key	11	22	Never Used	47	92	16	3	7	29	8	Never Used
empty	F	F	T	F	F	F	F	F	F	F	T

## 删除操作的改进

例7：试在下列散列表中，先删除92，再查询3，最后再插入关键字35。

## 删除元素的改进

1. 按哈希码线性探查待删除元素
2. 若搜索成功，则将该位置的Key值设置为NeverUsed，但empty不作更改

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
key	11	22	Never Used	47	Never Used	16	3	7	29	8	Never Used
empty	F	F	T	F	F	F	F	F	F	F	T

↑

## 线性探测法

## 查询操作的改进

**例7:** 试在下列散列表中, 先删除92, 再查询3, 最后再插入关键字35。

**改进算法:** 从**基地址** $h(key)$ 开始查询, 若遇到  $empty=False$  时, 可继续按照线性探测方法进行查询

**搜索成功:** 找到关键字为key的元素

**搜索失败:** 1. 遇到一个**从未被使用过的空位置**( $empty=T$ 且 $key=NeverUsed$ )  
2. 回到 $h(key)$  表满

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
key	11	22	Never Used	47	Never Used	16	3	7	29	8	Never Used
empty	F	F	T	F	F	F	F	F	F	F	T

$$3\%11=3$$

多次冲突, 后移2位(遇到  $empty=False$ 不必管)

## 插入操作的改进

例7：试在下列散列表中，先删除92，再查询3，最后再插入关键字35。

$$35 \% 11 = 2$$

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
key	11	22	35	47	92	16	3	7	29	8	Never Used
empty	F	F	F	F	F	F	F	F	F	F	T

↑

**插入失败：** 1. 若搜索的**目标地址**存在**重复元素**，则插入失败

2. 如果**未搜索**到关键字Key，但表已满，则插入失败

**插入成功：** 若**搜索不到**，且表未满，则线性探查第一个**NeverUsed**的位置，并插入新元素，然后将**empty**设置为**False**

## 线性探查的缺点

- 表中的所有empty位置，会很快变为False
- 容易在表中产生线性聚集 ( $h(\text{key}) = h(\text{key}) + 1$ )。随着探查次数的增加，影响搜索效率。

改进方法：

1. 伪随机探测
2. 二次探查法
3. 双散列法

# 二次探查法

## 二次探查的基本思想

**基本思想：** 为关键字的基地址定义一个偏移值，用于替代发生冲突时，使用基地址线性增长查找所带来的元素聚集问题。

### 实现方法：

1. 定义一个二次探测序列： $h(\text{key}), h_1(\text{key}), h_2(\text{key}), \dots, h_{2i-1}(\text{key}), h_{2i}(\text{key}), \dots$

$$\begin{cases} h_{2i-1}(\text{key}) = (h(\text{key}) + i^2) \% m, & \text{奇数} = \gg + \text{系数平方} \\ h_{2i}(\text{key}) = (h(\text{key}) - i^2) \% m, & \text{偶数} = \gg - \text{系数平方} \end{cases}$$

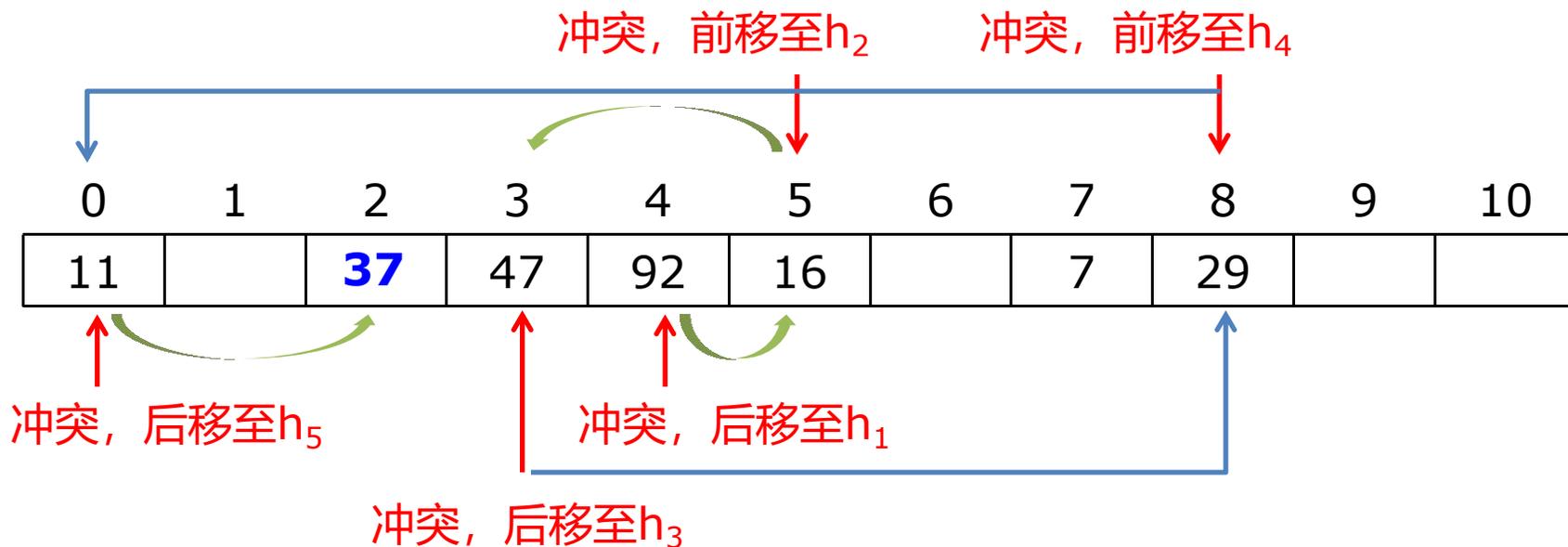
$$i = 1, 2, \dots, (m-1)/2$$

2. 当发生冲突时，按照二次探查序列依次探查

# 二次探查法

## 二次探查的基本思想

例8：试在下列散列表中插入关键字37。



$$h(37) = 37\%11 = 4$$

$$h_1(37) = (h(37)+1^2)\%11 = 5$$

$$h_2(37) = (h(37)-1^2)\%11 = 3$$

$$h_3(37) = (h(37)+2^2)\%11 = 8$$

$$h_4(37) = (h(37)-2^2)\%11 = 0$$

$$h_5(37) = (h(37)+3^2)\%11 = 2$$

$$h_6(37) = (h(37)-3^2)\%11 = 6$$

二次探查法能改善“线性聚集”

但同义词会有相同的探查序列，产生“二次聚集”

# 双散列法

## 双散列法的基本思想

**基本思想：**双散列法又称为**再散列法**，通过定义两个散列函数 $h_1$ 和 $h_2$ ，来对 $h_1$ 散列值产生一个**固定增量**，以改善“**二次聚集**”，从而实现**跳跃式探查**。

### 实现方法：

1. 设存在**散列函数**  $h(\text{key}) = \text{key} \% M$ ，则使用如下方式解决**第 $i$ 次冲突**：

$$h(\text{key}) = (h(\text{key}) + i * h_2(\text{key})) \% M$$

其中，
$$\begin{cases} h_2(\text{key}) = (\text{key} \% M) + 1 \\ h_2(\text{key}) = (\text{key} \% M - 2) + 1 \end{cases} \quad , \text{ 若 } M \text{ 为素数}$$

2. 当发生冲突时，按照**双散列法生成的序列**依次探查

## 双散列法

## 双散列法的基本思想

例8：试在下列散列表中插入关键字37。

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11			47	92	16	37	7	29		

↑

$$h(\text{key}) = h(37) = \text{key} \% M = 37 \% 11 = 4$$

**Round1:**

$$h_2(\text{key}) = h_2(37) = (\text{key} \% M - 2) + 1 = (37 \% (11 - 2)) + 1 = 2$$

$$h(\text{key}) = h(37) = (h(\text{key}) + i * h_2(\text{key})) \% M = (4 + 1 * 2) \% 11 = 6$$

**Round2:**

...

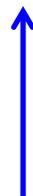
# 伪随机探测法

## 伪随机探测法的基本思想

**基本思想：** 为关键字的基地址增加一个**随机偏移值**，使得发生冲突时，不至于因为线性增长而带来元素聚集。

**实现方法：**

$$h(\text{key}) = (h(\text{key}) + d_j) \% m$$



$d_j$ 是随机函数生成的随机数

# 链地址法 (拉链法)

**Step1:** 取数据元素的**关键字key**，并计算其**哈希地址**。

- ✓ 若该地址对应的链表为空，则将该元素插入此链表；
- ✓ 否则，执行Step2**解决冲突**。



**Step2:** 根据选择的**冲突处理方法**，计算**关键字key**的**下一个存储地址**。

- ✓ 若该地址对应的链表不为空，则利用链表的前插法或后插法将该元素插入此链表

# 链地址法 (拉链法)

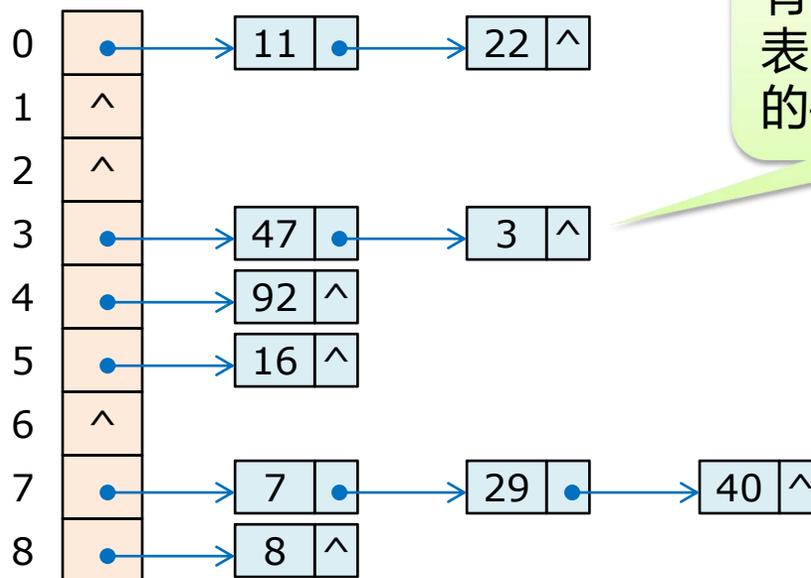
## 链地址法 (拉链法) 的基本思想

例8: 试将关键字集  $A = \{47, 7, 29, 11, 16, 92, 22, 8, 3, 40\}$  存入链表中。

### 基本思想:

1. 所有关键字互为同义词的集合元素都存储在同一个单链上, 形成动态结构;
2. 所有单链表的头指针存入一个长度为  $M$  的散列表;
3. 单链表的头指针在散列表中的存储位置通过散列函数计算得到。

$$h(\text{key}) = \text{key} \% 11$$



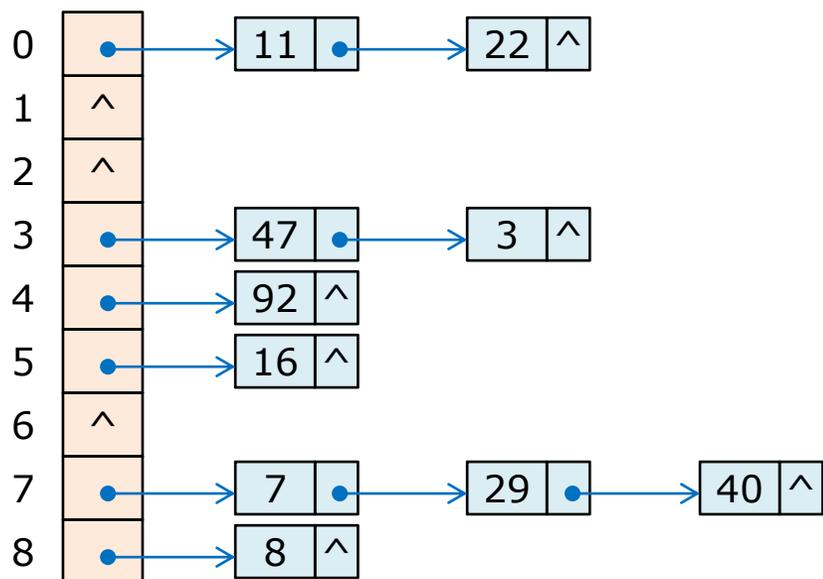
有  $n$  个元素的散列表, 其每个单链表的平均长度为  $n/M$ 。

## 链地址法 (拉链法)

## 链地址法 (拉链法) 的基本操作

例9：在哈希链表中执行查找和插入操作。

$$h(\text{key}) = \text{key} \% 11$$

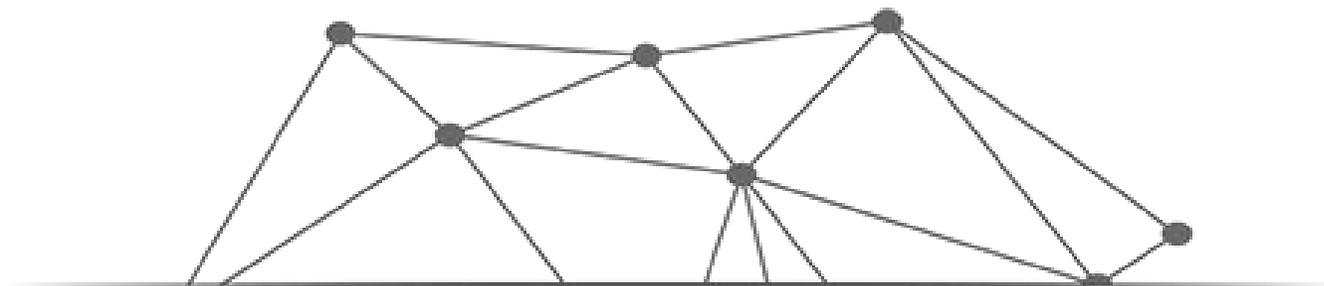


- 集合元素的**查找**操作

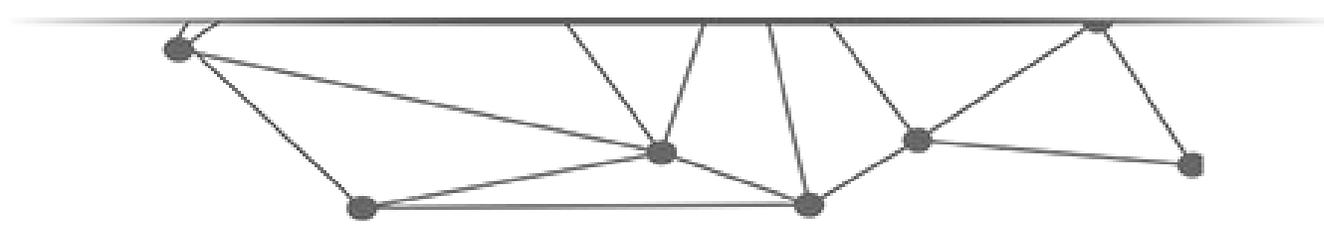
1. 计算散列值  $h(\text{key})$
2. 到散列表  $h(\text{key})$  位置处**取出**单链表**头指针**
3. 遍历链表进行查找：比较  $\text{key}$

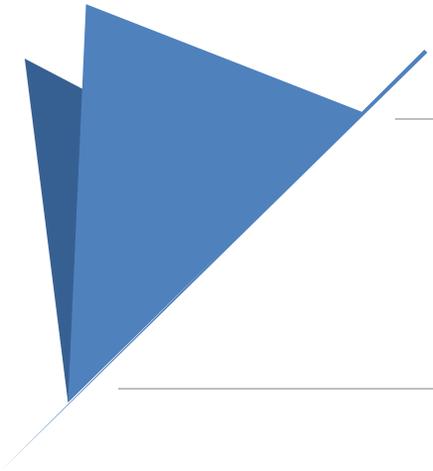
- 集合元素的**插入**操作

1. 执行元素查找操作
2. 查找不成功，**创建新结点**
3. 执行单链表结点插入操作



# 课堂互动





---

# 散列查找的性能分析

---

- / 散列查找的基本过程
- / 散列查找的性能分析

## 散列查找的性能分析

## 散列查找的基本过程

## ● 准备阶段

1.1 构造哈希函数

1.2 将查询源的数据使用哈希函数转换为哈希值

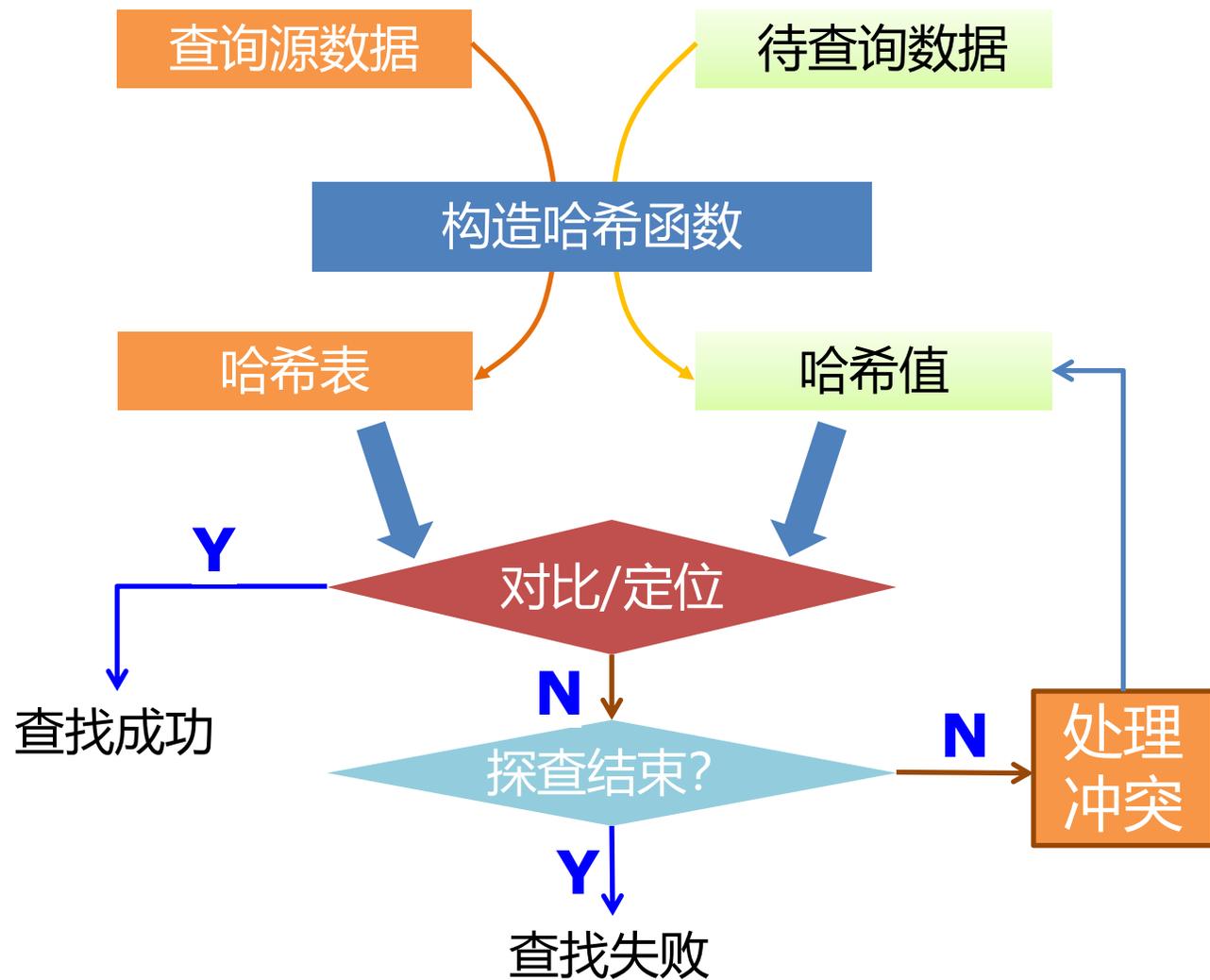
1.3 将所有元素的哈希值组合成哈希表进行存储

## ● 查询阶段

2.1 将待查询数据使用哈希函数转换成哈希值

2.2 使用哈希值直接进行定位和对比

2.3 若对比成功则进行输出；若对比失败则进行冲突处理，直至查询成功或探查完整个待查哈希表



# 散列查找的性能分析

例10: 已知一组关键字(19,14,23,1,68,20,84,27,55,11,10,79), 试对比线性探查法和拉链法的查找插入效率。设哈希函数为 $H(key) = key \% 13$ , 哈希表长为13, 并且假设每个记录的查找概率相等。

## 1. 线性探测法, 即 $h_{i+1}(key) = h_i(key) + 1$

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	14	1	68	27	55	19	20	84	79	23	11	10			

$H(19) = 6$	$H(84) = 6$ 冲突	$H(55) = 3 \rightarrow$ 2次冲突
$H(14) = 1$	$H(84) = H(84) + 1 = 7$ 冲突	$H(11) = 11 \rightarrow$ 2次冲突
$H(23) = 10$	$H(84) = H(84) + 1 = 8$	$H(10) = 10$
$H(1) = 1$ 冲突	$H(27) = 1$ 冲突	$H(79) = 1 \rightarrow$ 9次冲突
$H(1) = H(1) + 1 = 2$	$H(27) = H(27) + 1 = 2$ 冲突	
$H(68) = 3$	$H(27) = H(27) + 1 = 3$ 冲突	
$H(20) = 7$	$H(27) = H(27) + 1 = 4$	

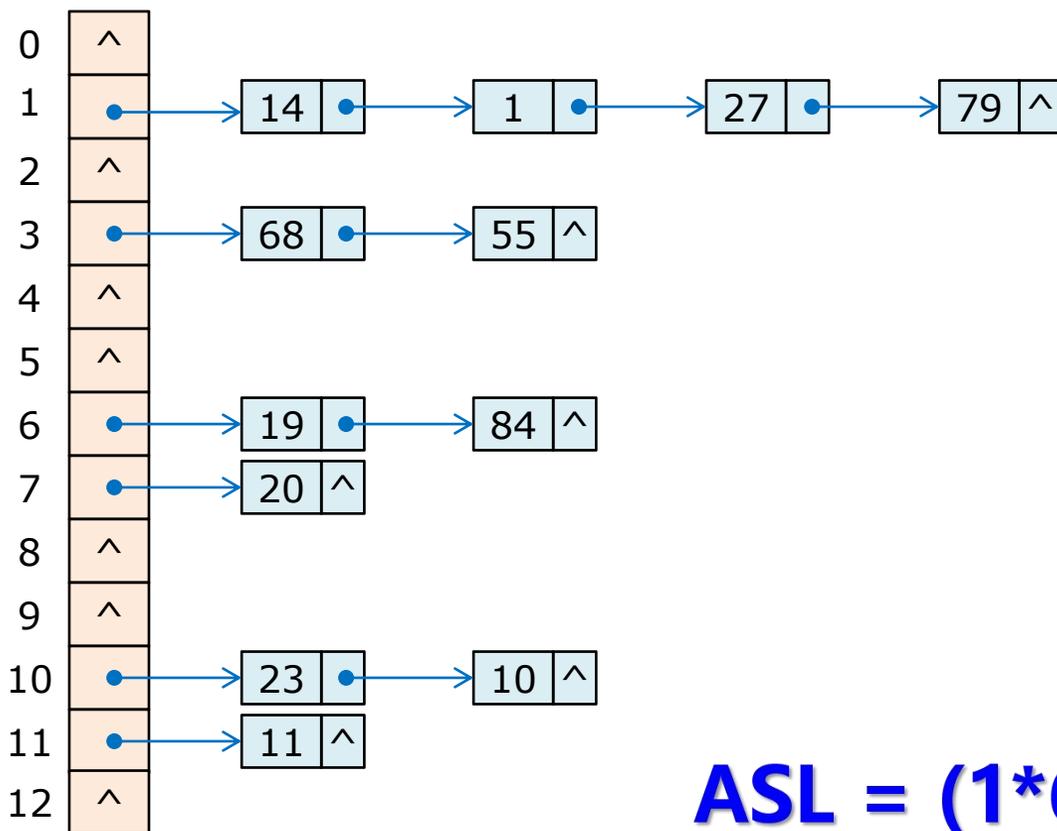
**$ASL = (1*6 + 2 + 3*3 + 4 + 9) / 12 = 2.5$**

# 散列查找的性能分析

例10：已知一组关键字(19,14,23,1,68,20,84,27,55,11,10,79)，试对比线性探查法和拉链法的查找插入效率。设哈希函数为 $H(\text{key}) = \text{key} \% 13$ ，哈希表长为13，并且假设每个记录的查找概率相等。

## 2. 拉链法

- $H(19) = 6$
- $H(14) = 1$
- $H(23) = 10$
- $H(1) = 1$
- $H(68) = 3$
- $H(20) = 7$
- $H(84) = 6$
- $H(27) = 1$
- $H(55) = 3$
- $H(11) = 11$
- $H(10) = 10$
- $H(79) = 1$



$$ASL = (1*6 + 2*4 + 3 + 4) / 12 = 1.75$$

## 散列查找的性能分析

## 哈希表的查找效率分析

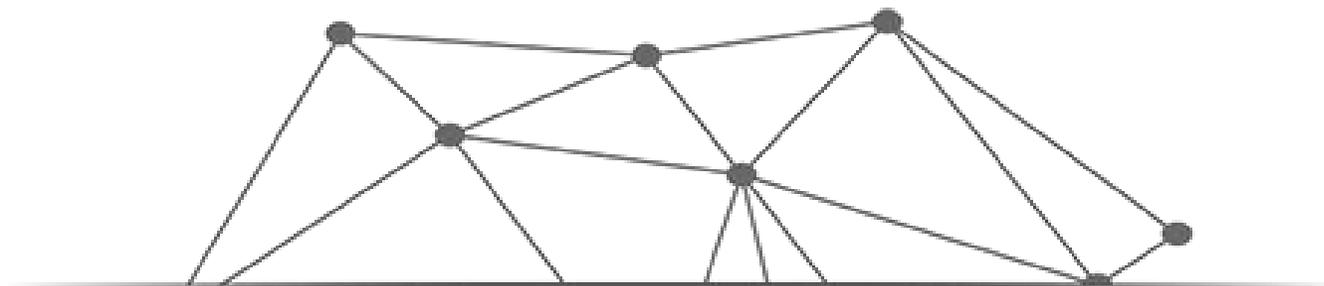


## 散列查找的性能分析

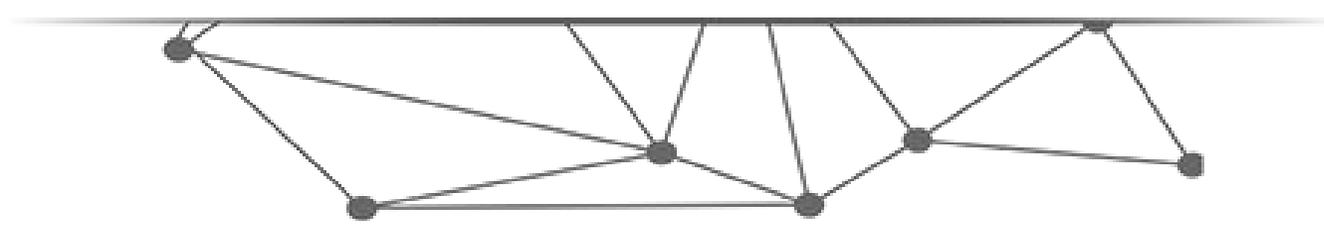
## 哈希表的查找效率分析

ASL与装填因子 $\alpha$ 有关!  $0(1) \leq ASL \leq O(n)$

处理冲突的方法	ASL平均查找长度	
	查找成功	查找失败
拉链法	$1 + \frac{\alpha}{2}$	$\alpha + e^{-\alpha}$
线性探测法	$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{1 - \alpha}\right)$	$\frac{1}{2} \left(1 + \frac{1}{(1 - \alpha)^2}\right)$
伪随机探测法 和二次探测法	$-\frac{1}{\alpha} \ln(1 - \alpha)$	$\frac{1}{1 - \alpha}$



# 课堂互动



# 第18讲 散列表

## 小 结

- 散列表是一种**线性结构**，它不以关键字比较为基础进行查找，而是通过散列函数把记录的**关键字**和其在表中的**位置**建立**对应关系**
- **除留余数法**是最常用的**哈希函数**构建方法
- 散列码的**查找长度**与**记录总数****无关**，可以通过调节**装填因子**来控制**平均查找长度ASL**
- 散列表采用专门的**冲突处理方法**解决哈希码冲突时的地址映射问题

比较项目		处理方法	
		开放地址法 (线性探测)	链地址法 (拉链法)
空间		无指针域, 存储效率较高	附加指针域, 存储效率较低
时间	查找	有二次聚集现象, 查找效率较低	无二次聚集现象, 查找效率较高
	插入和删除	不易实现	易于实现
适用情况		表的大小固定, 适于表长无变化的情况	结点动态生成, 适于表长经常变化的情况

读万卷书 行万里路 只为最好的修炼



QQ: 14777591 (宇宙骑士)

Email: [ouxinyu@alumni.hust.edu.cn](mailto:ouxinyu@alumni.hust.edu.cn)

Website: <http://ouxinyu.cn>

Tel: 18687840023

地址: 云南财经大学南院3楼 智能应用研究院A306-2